

Kepler, el último nexo entre música y astronomía

(Kepler, the last link between music and astronomy)

Bretos Linaza, José
Univ. Pública de Navarra
Dpto. de Física
Campus de Arrosadía
31006 Pamplona
e-mail: jose.bretos@unavarra.es

BIBLID [1137-4470 (2000), 12; 147-159]

Johannes Kepler perfeccionó el modelo heliocéntrico de Copérnico y con sus tres famosas leyes describió con gran precisión el movimiento planetario. Sin embargo, no sólo pueden leerse aportaciones científicas en su obra, sino que también escribió sobre la música emitida por los planetas, o música de las esferas, tema procedente de la escuela pitagórica. En este trabajo se realiza un análisis comparativo de estas dos facetas filosófica y científica, musical y astronómica.

Palabras Clave: Música de las esferas. Movimiento planetario. Intervalos armónicos. Leyes de Kepler. Afelio. Perihelio.

Johannes Keplerek Copernicoren eredu heliozentriko hobetu zuen eta bere hiru lege famatuekin higadura planetarioa zehaztasun handiarekin deskribatu zuen. Hala ere, bere lanean ez dira ekarri zientifikoak irakurtzen bakarrik, planetek igortzen duten musika, hau da esferen musika, eskola pitagorikatik datorren gaiari buruz idatzi zuena ere irakur daiteke. Lan honetan bi ikuspegi filosofiko eta zientifiko, musikala eta astronomikoen konparaziozko analisia egiten da.

Giltz-Hitzak: Esferen musika. Planeten mugimendua. Bitarte armonikoak. Kepler-en legeak. Afelioa. Perihelioa.

Johannes Kepler perfectionna le modèle héliocentrique de Copernic et décrit très précisément, avec ses trois fameuses lois, le mouvement planétaire. Pourtant, on peut trouver autre chose que des apports scientifiques dans son oeuvre; il écrivit également sur la musique émise par les planètes, ou musique des sphères, thème provenant de l'école pythagorique. Dans ce travail, on réalise une analyse comparative de ces deux facettes: philosophique et scientifique, musicale et astronomique.

Mots Clés: Musique des sphères. Mouvement planétaire. Intervalles harmoniques. Lois de Kepler. Aphélie. Pérhélie.

1. INTRODUCCIÓN

Son escasos los trabajos de revisión sobre los científicos antiguos desde la antigüedad hasta el Renacimiento que den una visión global de toda su aportación. La razón estriba en que sus tratados constan de comentarios muy variados y en ellos coexisten ciencia pura con consideraciones filosóficas, afirmaciones teológicas, etc.. Johannes Kepler (1571-1630) encarna perfectamente este arquetipo controvertido de científico, quizá uno de los últimos en el que confluyen conocimientos profundos de campos hoy tan dispares como la astronomía y la música, que estaban estrechamente ligados en su momento histórico.

2. BREVE RESEÑA BIOGRÁFICA

Johannes Kepler nació el 27 de Diciembre de 1571 en Weil, en su momento ciudad libre del Sacro Imperio Romano Germánico y después perteneciente al reinado de Württemberg. Su salud frágil lo destinó pronto a la carrera de erudito y tras un intento inicial de inclinarse por la teología, ingresó en la Universidad de Tübingen. Allí adquirió su primer contacto con la astronomía de la mano del profesor Michael Mästlin. Este docente se inclinaba fundamentalmente por el sistema planetario geocéntrico, pero también explicaba a sus alumnos más aventajados la controvertida concepción heliocéntrica de Nicolás Copérnico (1473-1543), a la cual Kepler se adheriría posteriormente.

Su primer puesto académico fue la cátedra de matemáticas de la Academia de Graz (1594). Dos años más tarde publicó su primer tratado importante: el *Mysterium Cosmographicum*. Esta obra atrajo la atención del eminente astrónomo Tycho Brahe (1546-1601) que lo llamó para trabajar con él en Praga en el año 1600. Sin embargo, esta fructífera unión entre dos de los astrónomos más eminentes del momento duraría poco, ya que Brahe fallecería al poco más de un año.

Tras la muerte de Brahe, Kepler pasó a ocupar el cargo de su maestro: astrónomo y matemático del emperador Rodolfo II. La década que pasó en Praga fue la más productiva de su carrera y quedó coronada con la publicación de la obra *Astronomia Nova* (1609) en la que presenta ya su concepción del universo tomando como centro el Sol y los planetas orbitando en torno a él en trayectorias elípticas.

De Praga se trasladaría posteriormente a la Universidad de Linz con un premo temporal del emperador como profesor de matemáticas. En esta ciudad permanecería, sin embargo, unos quince años y en ella publicó otro de sus grandes trabajos: *De Harmonice Mundi* (1619).

A partir de esta etapa en Linz, en la última parte de su vida tuvo una existencia itinerante a causa de la intolerancia religiosa desatada por la Guerra de los Treinta Años (1618-1648). En Ulm publicaría su última obra importante *Tabulae Rudolphinae* (1619). Falleció en Ratisbona en 15 de Noviembre de 1630.

3. LA PUGNA ENTRE EL HELIOCENTRISMO Y EL GEOCENTRISMO

Es de sobra conocida la controversia que se estableció en los siglos XVI y XVII en torno a los dos modelos antagónicos de ordenación del sistema planetario: el geocéntrico, en el que la Tierra se ubica en el centro del Universo y el heliocéntrico, en el que este lugar ocupa el Sol. Ambos modelos son igualmente antiguos y tienen un origen común en las ideas de los pensadores de la Grecia Clásica.

El geocéntrico tuvo un fuerte arraigo hasta el siglo XVI debido a que se sustentaba en las ideas de Aristóteles (384-322 a.C.) cuyo prestigio fue incuestionable hasta el Renacimiento. Posteriormente a este insigne filósofo, el modelo fue defendido por Ptolomeo de Alejandría (87-164), quien resumió todo el conocimiento astronómico de su tiempo y se convirtió en referencia obligada en el estudio de los planetas hasta la irrupción de científicos como Nicolás Copérnico, Tycho Brahe, Galileo Galilei (1564-1642), o el propio Johannes Kepler.

Ptolomeo describía a la Tierra como un disco plano rodeado de un mar que finaliza en abismos insondables. Esta Tierra plana está cubierta en su parte superior por un sistema de campanas concéntricas de cristal en las que se desplazan en órbitas circulares los planetas en el siguiente orden desde el más interno al más externo: Luna, Mercurio, Venus, Sol, Marte, Júpiter, Saturno y finalmente las estrellas fijas. El modelo de Ptolomeo tuvo un gran predicamento en el pensamiento cristiano, puesto que permitía una forma objetiva de ubicar al infierno, por debajo del disco terráqueo y al cielo, por encima de la esfera de las estrellas fijas.

El modelo heliocéntrico, como se ha mencionado anteriormente, es tan antiguo como el geocéntrico, pues arranca de las ideas de Aristarco de Samos (310-230 a. C.). Este elaboró un modelo de universo, bastante similar al actual en el que los planetas son concebidos con forma esférica; así, un seguidor suyo, Eratóstenes (276-195 a.C.), llegó a calcular el radio de la Tierra con una exactitud del 1 %, portentosa para la época. No obstante, este sólido modelo heliocéntrico no tuvo una aceptación amplia posteriormente y permaneció casi como una teoría anecdótica, hasta las observaciones de Nicolás Copérnico, con quien se convirtió en una teoría subversiva.

Copérnico retoma un modelo planetario muy similar al propuesto casi dos mil años antes por Aristarco, en el que los seis planetas entonces conocidos (Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter y Saturno) giran en órbitas circulares en torno al Sol. La Luna ya no es concebida como un planeta más, sino como un satélite que gira también de forma circular, pero en torno a la Tierra. Con este modelo fue capaz de explicar muchos fenómenos astronómicos como la alternancia del día y la noche, las fases lunares o los eclipses tanto de Sol como de Luna.

Hoy, se estudian sus aportaciones como una teoría estable y básica en el saber astronómico posterior, pero, no fueron aceptadas fácilmente en su época. Todo lo contrario, suscitaron profundas polémicas en el seno la Iglesia, por su rechazo de la Tierra como centro del Universo, idea muy arraigada en la teología cristiana. Así, la obra que resume sus principales hallazgos de Copérnico, *De revolutionibus orbium celestium* fue publicada por su autor ya muy tardíamente en su vida. La defensa de sus ideas costó la vida a Giordano Bruno (1548-1600) y provocó la famosa abjuración de Galileo.

4. LA APORTACIÓN ASTRONÓMICA DE KEPLER

Kepler dio un espaldarazo definitivo al modelo heliocéntrico. Tuvo a su disposición las prolijas medidas de Tycho Brahe, obtenidas por éste astrónomo con extraordinaria exactitud para la época. A partir de ellas elaboró un modelo de movimiento planetario, resumido en sus tres famosas leyes, que explicaban con notable precisión los datos obtenidos por su maestro.

No obstante, el modelo de Kepler constituye tan sólo una descripción cinemática del movimiento de los astros; es decir, explica portentosamente la geometría de las trayectorias de los planetas, pero no aborda las causas de estos movimientos. Newton resolverá parcialmente este enigma al describir matemáticamente la fuerza de atracción entre masas. Que-

da un eslabón todavía en debate, que es la búsqueda del mecanismo con que actúa esta fuerza gravitacional y si guarda una relación con interacciones de otra naturaleza como la electromagnética.

Hecha esta descripción general de los hallazgos de Kepler, se ofrece a continuación un mayor detalle sobre los contenidos principales de sus tres tratados astronómicos más relevantes

4.1. *Mysterium Cosmographicum* (1596)

Constituye una obra de juventud y es anterior a la adopción por parte de Kepler del modelo copernicano. El objetivo fundamental del tratado consiste en ajustar el movimiento de los astros mediante relaciones matemáticas simples, muy en consonancia con la visión cosmológica de los pitagóricos. Para ello, elabora un modelo en el que los movimientos de los planetas, todavía considerados como circulares, están confinados en una secuencia de esferas que se inscriben y circunscriben sucesivamente en los cinco poliedros regulares estudiados por Euclides, es decir, aquellos cuerpos geométricos compuestos por caras de igual forma y tamaño (tetraedro: cuatro caras triangulares, cubo: seis caras cuadradas, octaedro: ocho caras triangulares; dodecaedro, doce caras pentagonales e icosaedro ,veinte caras triangulares). El siguiente extracto describe este modelo planetario el cual puede verse en la imagen de la Figura (1) que se utilizó como portada de este tratado.

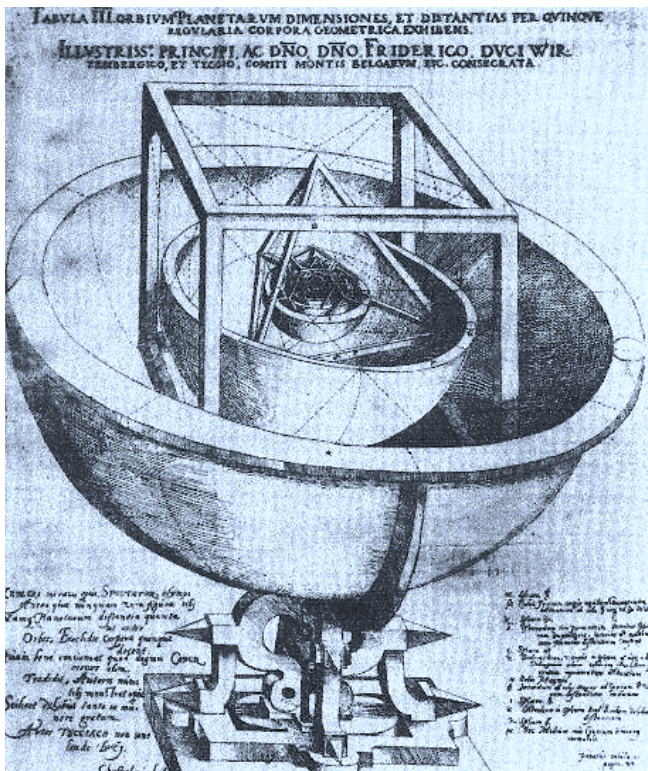


Figura (1). Portada del tratado de Kepler *Mysterium cosmographicum* en el que puede verse el sistema de esferas enmarcadas en los cinco poliedros regulares euclídeos.

La Tierra es el patrón de todas las otras esferas. Circunscribamos un dodecaedro en ella, y la esfera que lo rodea será la de Marte; circunscribamos un tetraedro en la esfera de Marte y la esfera que lo rodea será la de Júpiter; circunscribamos un cubo en la esfera de Júpiter, la esfera que lo rodea será la de Saturno. Coloquemos ahora un icosaedro dentro de la esfera de la Tierra y entonces su esfera inscrita será la de Venus; coloquemos un octaedro dentro de la esfera de Venus y la esfera en la que se inscribe será la de Mercurio.

A pesar de que Kepler describe de esta forma elegante las aparentes relaciones geométricas del cosmos, el modelo resultó fallido, como él mismo demostraría más tarde al establecer que las órbitas de los planetas son elípticas en vez de circulares. No obstante, este tratado puso de manifiesto su capacidad de abstracción en el denodado intento de modelizar de forma concisa el sistema planetario. Este detalle atrajo la atención del Tycho Brahe. El insigne astrónomo invitó a Kepler a trabajar con él en Praga para interpretar sus abundantes mediciones astronómicas, que el propio Brahe había querido conciliar infructuosamente mediante complejos sistemas geocéntricos.

4.2. Astronomia Nova (1609)

Constituye la obra maestra de su autor y en ella describe el modelo planetario que ha establecido tras el análisis de las medidas de Brahe. Este modelo queda descrito mediante dos leyes que se explicarán con mayor detalle en el apartado siguiente. Sus dos características primordiales son su carácter heliocéntrico, ya preconizado por Copérnico, y la novedosa geometría elíptica para las órbitas. Este esquema fue el que Kepler estableció tras denodados esfuerzos por interpretar las precisas medidas que Brahe había realizado sobre la trayectoria de Marte. Por este motivo, el propio astrónomo llamó a este periodo de su carrera investigadora “la guerra contra Marte”. Su modelo heliocéntrico con órbitas elípticas dio asimismo buenos resultados para el resto de los planetas. El tratado *Astronomia Nova* es coetáneo a un invento de vital importancia en la historia de la astronomía, el telescopio (1609-10), y ambos hitos constituyen un punto y aparte entre el pensamiento antiguo y el moderno.

4.3. De Harmonice Mundi (1619)

Constituye una obra híbrida en contenidos con una mezcla más abundante que en sus anteriores publicaciones de comentarios filosóficos, teológicos, musicales, astrológicos y astronómicos (disciplinas que hoy parecen muy dispares pero que eran muy afines en esta época). Está dividida en cinco libros, de los cuales, por ejemplo, el tercero versa fundamentalmente de teoría musical; más concretamente de disquisiciones sobre sistemas de afinación, donde pone de manifiesto los amplios conocimientos de Kepler sobre el tema. Defiende la consideración de las terceras y sextas como consonancias y también la supremacía de la polifonía con respecto a la monodía practicada en la antigüedad. Esto último está en clara discrepancia con los ideales de los músicos de la Camerata Florentina en su empeño por restaurar la pureza homofónica de una música griega, por otro lado desconocida. El libro cuarto trata de astrología y sólo el quinto posee un contenido físico preponderante, que consiste en la presentación de la tercera ley de su modelo planetario, aquella que relaciona los periodos y los radios de las órbitas de los planetas en torno la Sol. No obstante, en este quinto libro de *De Harmonice Mundi*, los esfuerzos de Kepler se ciernen también en el objetivo de conciliar el movimiento de los planetas con la emisión de intervalos musicales, retomando quizá por última vez en la historia de la ciencia el viejo tópico de la música de las esferas.

5. LAS LEYES PLANETARIAS DE KEPLER

Es necesario dedicar una breve descripción cualitativa a las tres leyes de Kepler sobre el movimiento planetario porque facilita la comprensión de los cálculos matemáticos que realizó para asociar intervalos musicales al movimiento de los planetas

5.1. Ley de las órbitas elípticas

Los planetas se mueven en órbitas de forma elíptica en las que el Sol se ubica en uno de los focos.

Esta ley supuso la constatación de que Kepler decidió adoptar abiertamente un sistema heliocéntrico, único capaz de concordar con las medidas realizadas por Brahe. La innovación con el modelo similar de Copérnico radica en la adopción de órbitas elípticas, con lo que se cometía la audacia de desterrar la geometría circular considerada como la más perfecta e idónea para el movimiento de los astros desde tiempos de Platón.

La Figura (2a) muestra esquemáticamente una órbita planetaria elíptica con el Sol en uno de sus focos. Geométricamente una elipse queda definida por dos parámetros independientes, el semieje mayor (a) y la distancia focal (c). Su cociente se denomina excentricidad (ϵ) y puede tomar valores sólo entre 0 y 1. El caso de $\epsilon = 0$ corresponde a una circunferencia, dado

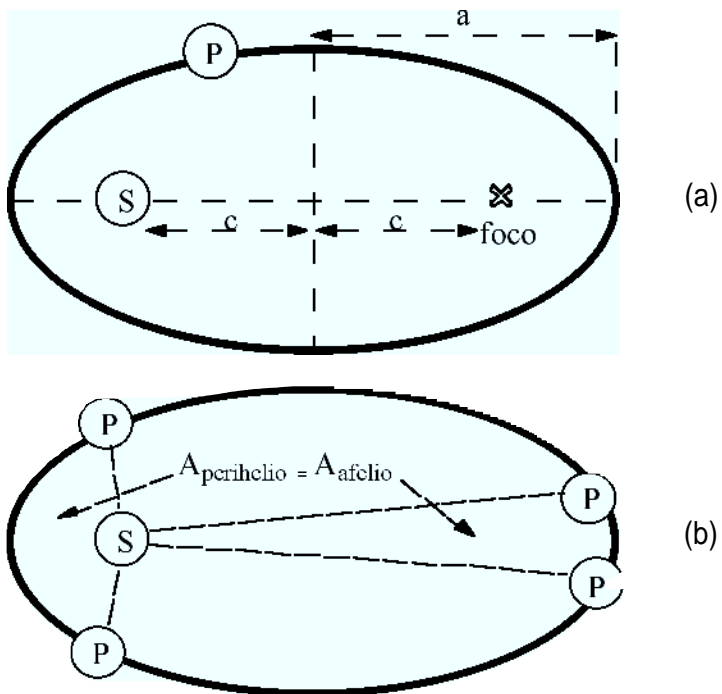


Figura (2). Dibujos esquemáticos de la órbita elíptica de un planeta en torno al Sol (a: semieje mayor de la elipse; c: distancia focal; S: Sol; P: planeta; Aafelio, Aperiheclio: áreas barridas por una línea imaginaria entre el planeta y el sol en el afelio y en el perihelio respectivamente)

que significa que la distancia focal es nula y por tanto los dos focos colapsan en el centro de la figura.

La Tabla I muestra valores astronómicos modernos para el semieje mayor y excentricidad de las órbitas correspondientes a los seis planetas conocidos en tiempos de Kepler. Como puede verse Mercurio es quien describe una órbita más alejada de la geometría circular y, por contrapartida, Venus la menos excéntrica.

Tabla I

Valores de los parámetros geométricos de las órbitas elípticas de los seis primeros planetas

Planeta	Semieje mayor de la órbita (a) (U.A.*)	Excentricidad (e)
Mercurio	0,3871	0,2056
Venus	0,7233	0,0068
Tierra	1,0000	0,0167
Marte	1,5237	0,0934
Júpiter	5,2028	0,0484
Saturno	9,5388	0,0557

(*) U.A. = unidad astronómica $\approx 1,495 \cdot 10^8$ km

5.2. Ley de las áreas

Los planetas en sus órbitas elípticas se mueven de tal manera que una línea imaginaria que los uniese con el Sol barrería áreas iguales en tiempos iguales.

Esta segunda ley es completamente empírica y demuestra el genio de Kepler en poder resumir con un breve enunciado global la enorme cantidad de medidas astronómicas de Brahe que hubo de analizar. También contiene un elemento crítico con los modelos del pasado; si esta ley es cierta, significa que la velocidad con la que un planeta se mueve en su órbita no es constante, como creía Aristóteles. Así, tomará un valor máximo en la posición más cercana del planeta con respecto al Sol (perihelio) y un mínimo en la más alejada (afelio). La Figura (2b) muestra una ilustración gráfica de esta ley de las áreas.

La ley de las áreas es una consecuencia directa de un principio más general que es el de conservación del momento angular. Quedó establecida dentro de este principio de conservación cuando Isaac Newton formuló su ley de gravitación universal y dio una expresión explícita a la atracción mutua entre masas.

Puede obtenerse fácilmente una expresión que relacione las velocidades en el afelio y perihelio con las distancias planeta-Sol en estas posiciones extremas. Mirando a la Figura (2b), si se considera un desplazamiento pequeño del planeta en torno al afelio y al perihelio, entonces los sectores elípticos que se describen podrían asimilarse a dos triángulos cuyas áreas son iguales. El área de un triángulo es la mitad del producto de la base por la altura. En este caso los triángulos tienen como altura las distancias extremas entre el Sol y el planeta (r_a y r_p respectivamente) y como base los espacios recorridos en el afelio y perihelio, que pueden desglosarse en el producto de las velocidades en estos puntos por el tiempo invertido en recorrer. Como este tiempo es igual en ambos puntos se cancela y se obtiene la relación:

$$\begin{aligned}
 A_{\text{afelio}} &= A_{\text{perihelio}} \\
 \frac{1}{2} b_a h_a &= \frac{1}{2} b_p h_p \\
 \frac{1}{2} (v_a t) r_a &= \frac{1}{2} (v_p t) r_p \\
 v_a r_a &= v_p r_p
 \end{aligned} \tag{1}$$

Las posiciones extremales del planeta poseen una relación directa con el semieje mayor de la elipse y con la distancia focal, con lo que se obtiene definitivamente la siguiente expresión que relaciona el cociente de velocidades entre el afelio y el perihelio sólo con la excentricidad.

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{r_a}{r_p} = \frac{a + c}{a - c} = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \tag{2}$$

5.3. Ley de la armonía universal

El cociente entre el cuadrado del periodo de revolución de los planetas alrededor del Sol y el cubo del semieje mayor de su órbita elíptica es una constante universal para todos los planetas.

Al igual que en el caso de la segunda ley, vuelve a constatarse el trabajo ímprobo que tuvo que llevar a Kepler resumir las extensas medidas que tenía disponibles en unos enunciados empíricos tan sencillos (a modo de ejemplo, se conservan unas dos mil hojas de borrador con cálculos aritméticos realizados por este astrónomo sólo para resolver el problema de la órbita de Marte). Esta ley puede deducirse también a partir de la expresión que dio Newton a la interacción gravitatoria entre masas, con la que se demuestra que no es exactamente correcta, sino que también depende de la razón entre de masas de cada planeta y el Sol, que, por otro lado, alcanza como máximo un valor en torno al 0,1 % para el caso de Júpiter que es el planeta mayor del sistema.

6. LA MÚSICA DE LAS ESFERAS

Antes de entrar en las disquisiciones entre música y astronomía que Kepler trató en sus escritos es oportuno realizar un breve repaso histórico sobre lo que se entiende por música de las esferas.

Este concepto arranca de las experiencias acústicas de Pitágoras (s.VI a. C.). Este enigmático filósofo griego fue el primero en percatarse de que los intervalos musicales consonantes (octava, quinta justa, cuarta justa) podrían expresarse mediante proporciones matemáticas sencillas (2:1, 3:2, 4:3, respectivamente). Esta afirmación proviene de la evidencia experimental de que el sonido producido por una cuerda vibrante de longitud "L" y el de otra de longitud "2L" forman un intervalo de octava; los sonidos de cuerdas de longitudes "L" y "3/2L" formarán una quinta justa y así sucesivamente.

Estas observaciones causaron una auténtica conmoción entre los pitagóricos, dado que era la primera vez que un fenómeno de la naturaleza, como era en este caso la percepción de consonancia interválica, era explicado mediante una ley matemática simple. Ello constataba que el mundo podía ser descrito sólo mediante proporciones y relaciones geométricas.

Rápidamente los pitagóricos proponen corolarios a otros fenómenos de la naturaleza que posean una analogía formal con el de la vibración de las cuerdas. Así, si los movimientos periódicos o repetitivos de una éstas producen sonidos, los cuales están regidos por proporciones simples cuando son consonantes, los movimientos de los planetas, al ser también periódicos habrán de emitir a su vez sus sonidos correspondientes. Además, como el cosmos es estable, el movimiento mutuo de los planetas habrá de ser expresado mediante relaciones matemáticas sencillas y, por tanto, los sonidos que emiten formarán intervalos consonantes.

En resumen, las experiencias acústicas pitagóricas indujeron la idea de una música teórica, no audible, que los planetas debían emitir por el hecho de que la periodicidad de su movimiento es análoga a la de los elementos vibrantes de instrumentos musicales. Además, las relaciones interválicas entre los sonidos hipotéticos de los planetas no podían ser otra cosa que consonantes como prueba irrefutable del carácter inmutable y divino del cosmos.

Esta música de las esferas se convertiría después en un tópico constante en el pensamiento de los principales filósofos. Platón (427-348 a. C.) lo trata en profundidad en su diálogo *Timeo* y Aristóteles resume esta concepción pitagórica en su obra *De Coelo*.

Será Severino Boecio (480-524) el transmisor principal de la teoría musical clásica a la cultura occidental en todos sus aspectos: notación, formación de escalas y, por supuesto, la música de las esferas, denominada por él "música mundana". Otros teóricos darán una interpretación teológica de la música matemática asociada a los astros, como es el caso de Casiodoro (485-580) y San Isidoro de Sevilla (560-636).

El tema de la música de las esferas comienza a declinar durante el Renacimiento, momento histórico, en el que, no sin dificultades, se impone gradualmente un estudio de la naturaleza basado en la experimentación y se destierran concepciones filosóficas del mundo puramente mentales y sin base empírica. Por ello, a partir del siglo XVII el tópico de la música de las esferas se convierte en un tema alegórico, que aún así puede encontrarse en músicos tan recientes como el compositor Paul Hindemith (1895-1963).

7. KEPLER Y LAPOLIFONÍA PLANETARIA

Kepler intenta conciliar de una forma ya anacrónica para su tiempo el movimiento planetario, que ha establecido magistralmente con sus tres leyes, con la vieja idea de los intervalos musicales emitidos por los astros en su movimiento. En su tratado *De Harmonices Mundi* realizó denodados esfuerzos para encontrar unas relaciones numéricas entre parámetros cinemáticos de los astros que sean interpretables como proporciones adscritas a ciertos intervalos musicales. Hay un claro contraste entre la modernidad científica que muestra en la exposición de sus tres leyes, que con una concisión admirable resumen el saber astronómico de su momento, con la forma en que fuerza los resultados astronómicos para encontrar una interpretación musical exenta de ningún tipo de prueba experimental.

Excedería la extensión de este estudio una presentación prolija de todos los cálculos matemáticos que Kepler realizó para establecer su modelo particular de la armonía de las es-

feras. Jamie James en su libro *The Music of the spheres* da cuenta de sus infructuosos intentos por encontrar un orden sonoro en el universo.

En el quinto libro [de *De Harmonice Mund]* Kepler trata de probar la relación entre las proporciones musicales y el movimiento de los planetas: la música de las esferas. Después de su propio descubrimiento de las órbitas elípticas de los planetas, las tradicionales órbitas circulares dejaron de ser válidas. Intentó un sinnúmero de esquemas para reconciliar las proporciones musicales y las medidas de las revoluciones planetarias que tenía a su disposición; intentó construir series basadas en los periodos de revolución de los planetas, en sus volúmenes relativos, en sus afelios y perihelios, en sus velocidades extremas. Intentó comparar la longitud de tiempo que un planeta necesitaba para atravesar un arco de su órbita en el afelio con el tiempo requerido para cubrir la misma distancia en el perihelio, pero tampoco funcionaba.

Finalmente, obtendría las anheladas proporciones musicales dividiendo los desplazamientos angulares que un planeta experimenta en el lapso de tiempo de un día en los puntos extremos de su órbita (afelio y perihelio).

Estas razones se pueden obtener de forma sencilla a partir de la segunda ley de Kepler. La ecuación (2) muestra que el cociente de velocidades entre afelio y perihelio es igual al cociente inverso de las posiciones extremas del planeta respecto al Sol. Como las velocidades son espacio entre tiempo y tanto para en el afelio como en el perihelio se van a estudiar lapsos de un día, el cociente de velocidades será igual al cociente de espacios recorridos en los dos extremos (e_a , e_p). Sin embargo, lo que Kepler estudió fueron los desplazamientos angulares (ϕ_a , ϕ_p), que se relacionan con los espaciales sin más que dividir a éstos por el valor de las distancias planeta-Sol en el afelio y el perihelio (r_a , r_p) respectivamente. Es decir, que se llega al siguiente cociente dependiente exclusivamente de la excentricidad de las órbitas de los planetas (ϵ):

$$\frac{v_a}{v_p} = \frac{e_a}{e_p} = \frac{\phi_a r_a}{\phi_p r_p} \rightarrow \frac{\phi_a}{\phi_p} = \left(\frac{r_p}{r_a} \right)^2 = \left(\frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon} \right)^2 \quad (3)$$

Tomando de la Tabla I los valores para las excentricidades de los seis planetas conocidos en tiempos de Kepler (Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter y Saturno) se obtienen proporciones numéricas que pueden vincularse a intervalos musicales. La Tabla II muestra estos resultados indicando el intervalo musical más próximo a las proporciones astronómicas obtenidas para cada planeta. A Mercurio, por tener la órbita más excéntrica, le corresponde el intervalo musical más amplio, aproximadamente una tercera menor más una octava. Por contrapartida, Venus, poseedor de la órbita más circular del sistema lleva asociada el intervalo musical mínimo del sistema planetario, caracterizado por la proporción 25:24, ligeramente superior a un cuarto de tono.

Sin embargo, Kepler no logra (a pesar de los denodados esfuerzos antes mencionados) un ajuste exacto entre las proporciones astronómicas y las musicales. Así, la columna de la derecha de la Tabla II muestra la desviación en cents entre ambos resultados, que llegan a ser superiores al cuarto de tono para los planetas Mercurio y Marte. Kepler justifica estas discrepancias bajo el punto de vista musical, asintiendo que los planetas no siguen una escala musical basada en intervalos naturales, sino que "entonan" según otro criterio de afinación. Esta postura está directamente relacionada con la polémica coetánea entre Gioseffo Zarlino (1517-1590) y Vincenzo Galilei (1520-1591) sobre qué tipo de intervalos son más naturales, los derivados directamente de la serie armónica, y, por tanto, expresados con proporciones racionales o los intervalos reales entonados por los instrumentos musicales. A pesar de la eru-

dición que muestra en esta defensa musical de las desviaciones obtenidas entre las proporciones astronómicas y las interválicas, una mente científica habría esperado una justificación del hecho basada en posibles errores en las medidas astronómicas de partida.

Tabla II

Planeta	Intervalo musical astronómico	Intervalo musical exacto	Desviación (cent)
Mercurio	12/5,21	12/5 (tercera menor más octava)	71
Venus	25/24,3	25/24 (≈ cuarto de tono)	24
Tierra	16/15,0	16/15 (semitono diatónico de Aristoxeno)	-4
Marte	3/2,06	3/2 (quinta justa)	53
Júpiter	6/4,94	6/5 (tercera menor)	-20
Saturno	5/4,00	5/4 (tercera mayor)	0

Kepler va más allá en su interpretación musical del cosmos y no se conforma con asignar unas proporciones sonoras simbólicas, sino que mediante más cálculos llega a asignar una auténtica escala a cada planeta confinada a los límites del intervalo musical que lleva asignado. La nota más grave será emitida por el astro en el momento en que se mueve a menor velocidad, es decir, en el afelio, y la más aguda será producida, por tanto, cuando pase por el perihelio. La Figura (3) muestra en notación musical antigua las melodías asociadas a cada uno de los seis planetas. A pesar de que escribe estas melodías planetarias como escalas de tonos y semitonos, en realidad las concebía de forma continua, como una especie de glissandos entre las notas extremas asociadas a cada astro.



Figura (3). Melodías asociadas por Kepler a los seis primeros planetas en su tratado De Harmonices Mundi.

Finalmente, es reseñable que concebía el conjunto de las melodías emitidas por los astros en su movimiento como si se tratara de un motete polifónico eterno. Ello difiere con el concepto primigenio de la música de las esferas, en el que, aun hablando sobre la intervállica entre planetas, esta música astronómica se concibe como monódica, dado que así era la música real practicada en la antigüedad y en los primeros siglos medievales. La innovación polifónica de Kepler supone por tanto una especie de actualización cultural del viejo tópico de la música de las esferas, que ya no será tratado por ningún pensador posterior con tanto énfasis y deseo de rigor científico.

8. ANÁLISIS FINAL

Teniendo en cuenta los aspectos primordiales de la obra de Kepler resumidos en los apartados anteriores no cabe duda de que se trata de una personalidad intelectual controvertida. En muchos aspectos supone un antes y un después en la ciencia y la filosofía, dos facetas de la cultura humana que formaron parte de un mismo corpus hasta que figuras como él, Galileo o Newton las separaron hasta hacerlas casi irreconciliables. Así, lo que modernamente se denomina ciencia se decanta por elaborar modelos que expliquen las evidencias experimentales coetáneas, en ocasiones obviando las causas finales que han motivado un determinado fenómeno. La filosofía se centra más en las razones más profundas de la existencia humana, pero su desapego al estudio empírico de la realidad la confina a un marco de disquisiciones mentales generales a las que no es fácil encontrar una concordancia con la realidad física.

Kepler encarna muy bien esta dicotomía entre la filosofía y ciencia modernas. Sus tres leyes explican magistralmente de forma llana y sucinta la cinemática de los planetas, pero eso sólo, la cinemática, la mera geometría del movimiento sin abordar sus causas más profundas, ni siquiera sin modelizar de forma unívoca el motivo primario del movimiento planetario, la fuerza gravitacional, como Newton lo haría poco después.

Por otro lado esta parquedad es compensada por un desarrollo artificioso del tópico caduco de la música de las esferas. Este agónico intento de encontrar las proporciones astronómicas que pongan de manifiesto que los planetas "suenan" es un ejemplo extremo de ese sentido metafórico a inherente a la filosofía de su tiempo. El sentido metafórico antes aludido se traduce en este caso concreto a que si las cuerdas de un instrumento emiten sonido todo lo que se mueva de forma repetitiva ha de sonar obligatoriamente por analogía y no es necesario comprobar experimentalmente si se emite tal sonido en realidad.

Por otra parte, no es extraño que en Kepler convivan estos dos puntos de vista. Así, por ejemplo, el caprichoso enunciado de su tercera ley, con esas potencias tan específicas de los periodos de revolución y los radios orbitales, denota el ingente número de relaciones aritméticas entre las medidas astronómicas que ensayaría hasta dar con la ley matemática adecuada. Por tanto, es plausible que la búsqueda infructuosa de relaciones musicales entre planetas hasta hallarlas con los desplazamientos angulares en el afelio y perihelio no le causara ninguna sensación de intentar forzar las relaciones entre las medidas astronómicas de que disponía.

En resumen, Kepler manifiesta enardecidamente esta dicotomía, por un lado un ánimo de condensar unívocamente toda una experimentación astronómica en unas leyes aplicables sólo a ese campo de la física y, por otro lado, un deseo de explicar la esencia del cosmos mediante una analogía puramente mental entre las proporciones de las vibraciones musicales y el movimiento de los planetas.

BIBLIOGRAFÍA

- FEYNMAN, Richard P., LEIGHTON, Robert B., SANDS, Matthew. *Física. Volumen I: mecánica, radiación y calor*. Wilmington, Delaware: Addison-Wesley Iberoamericana, 1987; 634 p.
- FUBINI, Enrico. *La estética musical desde la Antigüedad hasta el siglo XX*. Madrid: Alianza, 1999, 569 p.
- GALINDO Alberto, MORENO Antonio., BENEDI Angel, VARELA, Paloma. *Física*. Madrid: McGrawHill, 1998, 383 p.
- GOLDARAZ GAINZA, J. Javier. *Afinación y temperamento en la música occidental*. Madrid: Alianza Música, 1992, 143 p.
- JAMES, Jamie. *The music of the spheres*. New York: Springer Verlag, 1993, 262 p.
- JEANS, Susi. Johannes Kepler. En: *New Grove Dictionary of Music and Musicians*. London: Macmillan Pub., 1980, pp. 870-871
- KEPPLER, Erhard. *Sol, lunas y planetas*. Barcelona: Salvat, 1986; 278 p.
- LAYZER, David. *Construcción del Universo*. Barcelona: Biblioteca Scientific American, 1989, 313 p.
- MÄCHTLE, Walter. *Física*. Bilbao: Asuri, 1985, 324 p.